

RECEIVER OPERATING CHARACTERISTIC (ROC) CURVE

مقدمه:

- منحنی راک ROC Curve که از آن با نام منحنی مشخصه عملکرد سیستم **Receiver Operating Characteristics** نام برده می‌شود، از ابزارهای تشخیصی عملکرد یک سیستم و یا یک تست و روش درمانی، به حساب می‌آید.
- در این روش به کمک یک متغیر پیشگو که بصورت کمی یا رتبه ای اندازه گیری شده است می‌توانیم افراد را به دو گروه مجزا تقسیم کنیم.
- با استفاده از نتایج به دست آمده از منحنی ROC می‌توان مفاهیمی مانند نقطه برش **Cutoff**، حساسیت **Sensitivity** و ویژگی **Specificity** یک تست را به دست آوریم.

تعاریف

واقعیت (مشاهده ما)		
جدول واقعیت/پیش‌بینی	فرد بیمار است	فرد سالم است
پیش‌بینی (نتیجه آزمون)	آزمایش بیماری را نشان می‌دهد مثبت صحیح TP	مثبت غلط FP
آزمایش سلامت را نشان می‌دهد	منفی غلط FN	منفی صحیح TN

GraphPad.ir

- این جدول که نام آن را واقعیت / پیش‌بینی می‌گذاریم در ستون‌های خود دو حالت فرد بیمار و یا فرد سالم باشد را نشان می‌دهد. در سطرها نیز می‌توان نتیجه تست و آزمایش را که یکی بیماری را در فرد نشان می‌دهد و دیگری سلامت را در فرد نشان می‌دهد، مشاهده کرد.
- در حالت TP که نام آن مثبت صحیح است وضعیتی را نشان می‌دهد که فرد واقعاً بیمار است و آزمایش نیز به درستی بیماری را نشان می‌دهد.
- به همین ترتیب TN یا منفی صحیح نیز حالتی است که فرد واقعاً سالم است و آزمایش نیز به درستی او را سالم نشان می‌دهد.
- دو حالت اشتباه می‌تواند در اینجا رخ دهد.
- یکی FP یا مثبت غلط که فرد سالم است اما آزمایش به اشتباه بیماری را نشان می‌دهد و دیگری FN که فرد بیمار است اما آزمایش به اشتباه فرد را سالم نشان می‌دهد.

SENSITIVITY & SPECIFICITY

- حساسیت به احتمال مثبت شدن صحیح نتیجه آزمایش وقتی که فرد بیمار است، اشاره می‌کند. یعنی می‌توان آن را به صورت زیر به دست آورد. حساسیت را نرخ مثبت صحیح نیز می‌نامند.

$$\text{حساسیت} = \frac{\text{مثبت صحیح}}{\text{مثبت صحیح} + \text{منفی غلط}} = \frac{TP}{TP + FN}$$

- ویژگی نیز به احتمال منفی شدن صحیح نتیجه آزمایش وقتی که فرد سالم است، اشاره می‌کند. ویژگی به صورت زیر به دست آورد. ویژگی را نرخ منفی صحیح نیز می‌گویند.

$$\text{ویژگی} = \frac{\text{منفی صحیح}}{\text{منفی صحیح} + \text{مثبت غلط}} = \frac{TN}{TN + FP}$$

- نکته: حساسیت و اختصاصی بودن نسبت به یکدیگر حالت عکس دارند. بنابراین وقتی حساسیت را بالا می‌بریم اختصاصی بودن کاهش می‌ابد و برعکس.

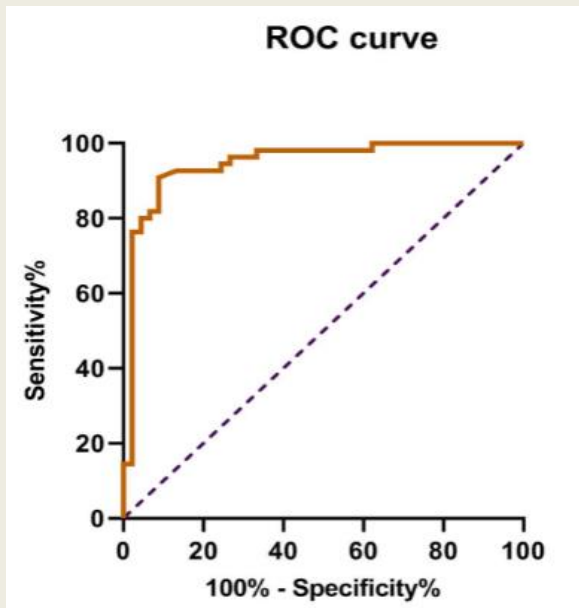
متمم ویژگی

- در اینجا یک مفهوم دیگر نیز مطرح است و آن متمم ویژگی یعنی (ویژگی - 1) می باشد. این مفهوم به احتمال مثبت شدن غلط نتیجه آزمایش وقتی که فرد سالم است، اشاره می کند. این مفهوم را نرخ مثبت غلط و یا به اختصار FPR به عبارت $(False\ Positive\ Rate)$ ، نیز می گویند و از رابطه زیر به دست می آید.

$$(ویژگی - 1) = 1 - \frac{\text{منفی صحیح}}{\text{مثبت غلط} + \text{منفی صحیح}} = \frac{\text{مثبت غلط}}{\text{مثبت غلط} + \text{منفی صحیح}} = \frac{FP}{TN + FP}$$

ROC CURVE

- حال در اینجا می‌توان منحنی ROC را تعریف کرد. منحنی راک که به صورت شکل زیر است، جهت بیان نرخ مثبت صحیح در برابر نرخ مثبت کاذب به کار می‌رود. محور عمودی این منحنی حساسیت Sensitivity و محور افقی آن همان (ویژگی - 1) قرار می‌گیرد. یک خط نیم‌ساز نیز در این منحنی دیده می‌شود.



رابطه بین حساسیت، ویژگی و آستانه

- در صورتی که رابطه بین متغیر کمی با سطح مورد نظر برای شناسایی افزایشی باشد یعنی در صورتی که با افزایش میزان قند خون احتمال دیابتی بودن فرد افزایش یابد در این صورت با کاهش سطح آستانه (CutOff Point) ما مقادیر مثبت بیشتری را بدست میاوریم. بنابراین اگر بخواهیم رابطه سطح آستانه و حساسیت و اختصاصی بودن را بیان کنیم، باید اینگونه آنرا بیان کنیم:
- با کاهش سطح آستانه مقدار حساسیت افزایش یافته و به طبع آن مقدار اختصاصی بودن کاهش میابد. بطور مشابه با افزایش سطح آستانه مقدار حساسیت کاهش یافته و به طبع آن اختصاصی بودن افزایش میابد.

اجزا منحنی راک

- **بالای خط نیمساز.**
- در این بخش نقاطی قرار گرفته‌اند که مقدار حساسیت آن‌ها نسبت به FPR بیشتر است. به معنای آن‌که در این بخش، نرخ مثبت صحیح بیشتر از نرخ مثبت کاذب است. قرار گرفتن نقاط در این محیط مطلوب ما خواهد بود.
- **روی خط نیمساز.**
- در این بخش مقدار عددی نرخ مثبت صحیح و نرخ مثبت کاذب با یکدیگر برابر است. به عبارتی از هر 100 نفر بیمار، آزمایش در 50 نمونه به درستی بیماری را تشخیص می‌دهد و در 50 نمونه نیز به غلط سلامت افراد را نشان می‌دهد. این نقاط چندان مطلوب ما نیستند.
- **پایین خط نیمساز.**
- در این بخش نقاطی قرار گرفته‌اند که مقدار حساسیت آن‌ها نسبت به FPR کمتر است. یعنی در این بخش، نرخ مثبت صحیح کمتر از نرخ مثبت کاذب است. قرار گرفتن نقاط در این بخش اصلاً مطلوب ما نیست.

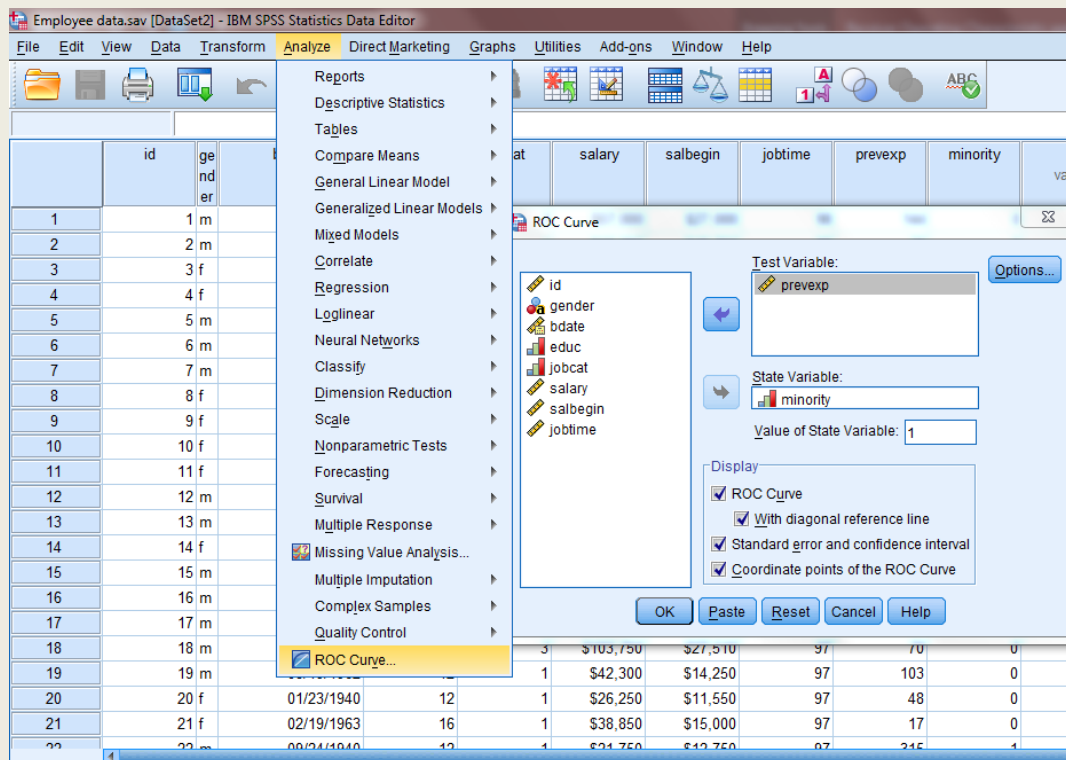
AUC

- سطح زیر منحنی Area under the ROC curve را با AUC نشان می دهند. مقدار عددی AUC به وضوح عددی بین صفر تا یک است و نشان می دهد قدرت تشخیص یک تست چقدر است. اگر این عدد به یک نزدیک باشد به معنای آن است که داده ها عموماً در بالای خط نیمساز قرار گرفته اند و میزان نرخ مثبت صحیح بالا است. اعداد AUC نزدیک به 0.5 همان برابری نرخ مثبت صحیح و نرخ مثبت کاذب را نشان می دهد و اعداد کمتر از 0.5 بیانگر بالاتر بودن نرخ مثبت کاذب در مقایسه با نرخ مثبت صحیح است.
- در زمینه اندازه های عددی AUC می توان جدول زیر را مدنظر قرار داد.

قدرت تشخیص تست	اندازه عددی AUC در منحنی راک
عالی	0.9 تا 1
خوب	0.8 تا 0.9
نسبتاً خوب	0.7 تا 0.8
ضعیف	0.6 تا 0.7
بی فایده	0.5 تا 0.6
غیر قابل استناد	کمتر از 0.5

مثال:

- برای تشریح نحوه رسم منحنی راک در نرم افزار SPSS از یک مثال استفاده خواهیم کرد. در این مثال همچنین نحوه تعیین نقطه برش (Cutoff) نیز تشریح خواهد شد.
- فایل داده مورد نیاز را می توان از مسیر زیر باز کرد.
- My computer/ C:/ Programs files/ IBM/ SPSS/ Statistics/ 19/ Samples /English / Employee
- این داده شامل چند ستون می باشد که متغیر miniority در اینجا متغیر وابسته و متغیر Salary متغیر مستقل می باشد یعنی ببینیم کمک متغیر Salary می خواهیم ببینیم که چقدر در پیش بینی متغیر miniority (مقادیر کد یک) موفق خواهیم بود.



- برای شروع کار از مسیر زیر استفاده می کنیم.

- Analysis/ ROC Curve

- سپس متغیر Prevexp را در قسمت Test Variable

- و متغیر minority را در قسمت State Variable

- وارد می کنیم و در کادر Value of Test Variable

- کد یک را وارد می کنیم.

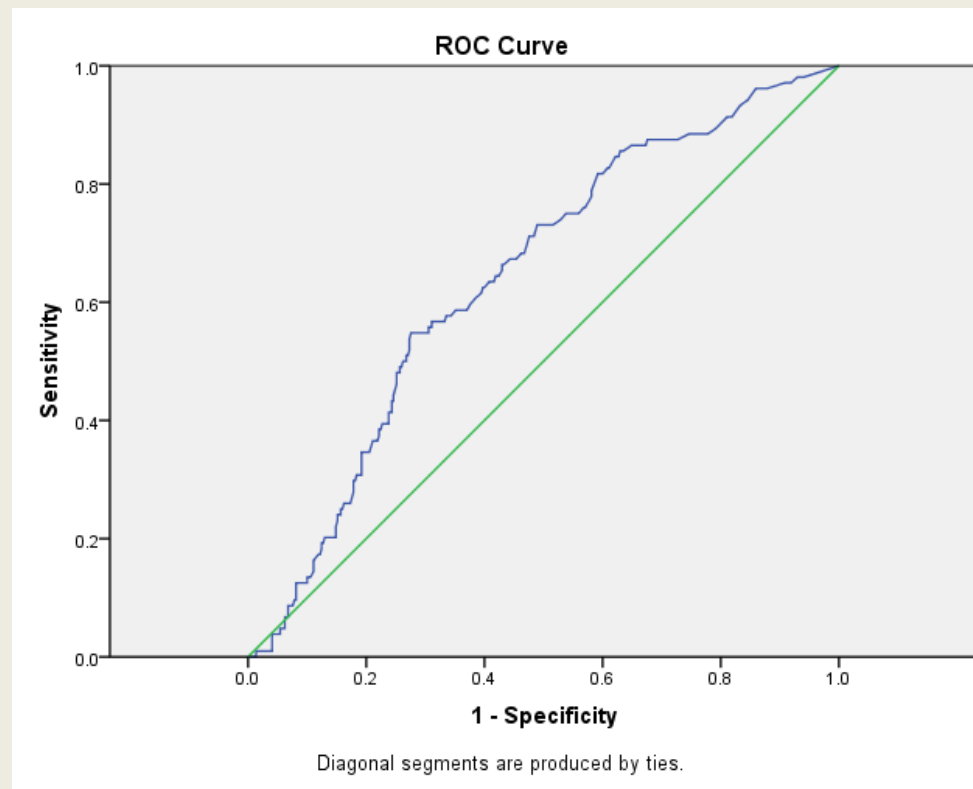
- روی سه گزینه دیگر هم تیک می زنیم تا خروجی

- کامل منحنی راک در خروجی نمایش داده شود.

OUT PUT

- جدول یک

شکل یک: منحنی راک



Case Processing Summary	
Minority Classification	Valid N (listwise)
Positive ^a	104
Negative	370

- در این جدول توصیف متغیر وابسته نشان داده شده است.
- جدول دو

Area Under the Curve				
Test Result Variable(s): Previous Experience (months)				
Area	Std. Error ^a	Asymptotic Sig. ^b	Asymptotic 95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
.642	.029	.000	.585	.700

- مقدار مساحت زیر منحنی و معنی داری و فاصله اطمینان مربوطه را نشان داده است.

جدول مربوط به نقطه برش و میزان حساسیت و ویژگی

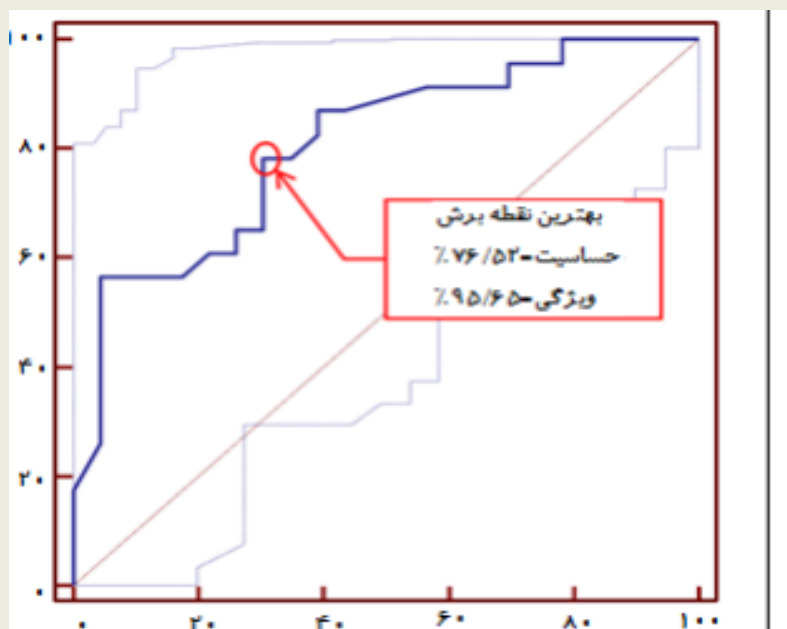
Coordinates of the Curve					
Test Result Variable(s): Previous Experi					
Positive if Greater Than or Equal To	Sensitivity	1 - Specificity	specificity	روش اول	روش دوم
-1.00	1.000	1.000	0.000	1.000	1.000
1.00	.981	.941	0.059	1.040	1.035
2.50	.981	.930	0.070	1.051	1.033
92.00	.548	.289	0.711	1.259	1.194
93.50	.548	.286	0.714	1.262	1.191
95.00	.548	.284	0.716	1.264	1.187
96.50	.548	.276	0.724	1.272	1.175
98.00	.538	.273	0.727	1.265	1.181
100.00	.529	.273	0.727	1.256	1.192
101.50	.519	.273	0.727	1.246	1.202
102.50	.510	.270	0.730	1.239	1.208
125.50	.413	.241	0.759	1.173	1.252
126.50	.413	.238	0.762	1.176	1.248
127.50	.404	.238	0.762	1.166	1.256
128.50	.394	.238	0.762	1.156	1.264
129.50	.394	.235	0.765	1.159	1.260
131.00	.394	.232	0.768	1.162	1.255
132.50	.394	.227	0.773	1.167	1.247
455.50	.000	.005	0.995	0.995	1.011
468.00	.000	.003	0.997	0.997	1.005
477.00	.000	.000	1.000	1.000	1.000

روش اول

روش دوم

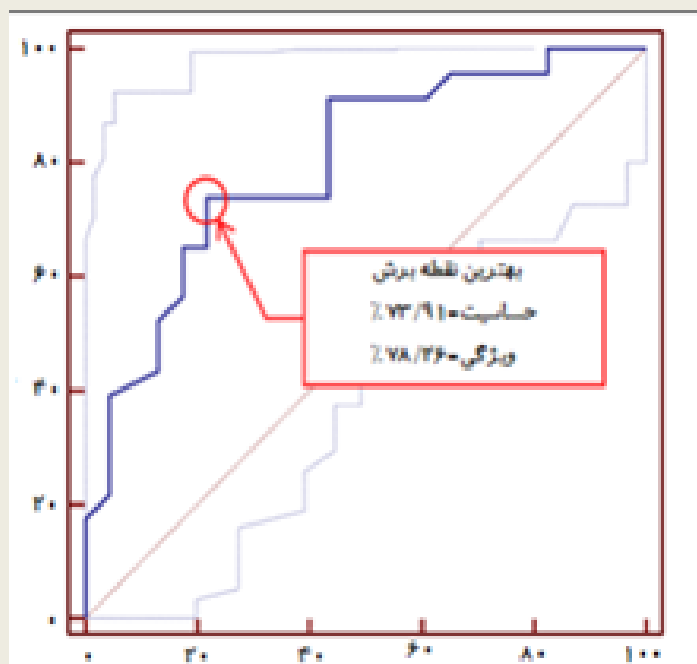
زمانی که نقطه برش متفاوت انتخاب می شود مقادیر FPT و TPF متفاوت می شود. بر اساس مساحت بین منحنی ROC و خط $y=x$ قدرت منحنی های ROC مشخص می شود. هر چه این مساحت کمتر شود نشان می دهد که مدل پیش بینی قدرت ضعیف تری دارد و هرچه مساحت افزایش یابد نشان از قدرت مدل پیش بینی و نزدیکی آن به مدل حقیقی است. سوالی که مطرح است این است که نقطه ی برش چگونه مشخص می شود؟ نقطه ی برش یکی از استفاده ها ی تحلیل های ROC است.

روشهای تعیین نقطه برش



- روش اول: بالاترین نقطه در گوشه سمت چپ و بالی نمودار نشان دهنده نقطه ای با حساسیت و ویژگی 100 درصد است. بنابراین نزدیکترین نقطه بر روی منحنی به نقطه گوشه سمت چپ و بالی نمودار دارای بالاترین حساسیت و ویژگی خواهد بود. برای تعیین نزدیکترین نقطه، باید فاصله بین هر نقطه و گوشه بال و سمت چپ اندازه گیری و نزدیکترین نقطه به عنوان بهترین نقطه برش انتخاب شود. برای اندازه گیری فاصله هر نقطه از گوشه بال سمت چپ، می توانیم از معادله زیر استفاده کنیم. نقطه با کوتاهترین فاصله باید به عنوان بهترین نقطه برش انتخاب شود.

- *Distance*
$$= \sqrt{(1 - \text{sensitivity})^2 + (1 - \text{specificity})^2}$$



- روش دوم: استفاده از شاخص Youden است که در آن حداکثر فاصله بین میزان مثبت واقعی (حساسیت) و میزان مثبت کاذب (1-ویژگی) محاسبه می شود. در این روش مجموع حساسیت و ویژگی برای تمام نقاط محاسبه شده و شاخص Youden بیانگر نقطه ای است که بالاترین مقدار حساسیت + ویژگی را داشته باشد.

تمرین

- در فایل داده Bankloan یک متغیر کیفی دو حالتی داریم با نام default از سه متغیر کمی preddef1، preddef2 و preddef3 کدام برای پیش بینی متغیر default بهتر عمل می کند؟ بهترین نقطه برش چه عددی است؟ برای این نقطه برش حساسیت و ویژگی را به دست آورید؟